

**DYSKALKULIA ROZWOJOWA
– DEFICYT WIADOMOŚCI MATEMATYCZNYCH
CZY UMIEJĘTNOŚCI ARYTMETYCZNYCH
– OD ROZWAŻAŃ TERMINOLOGICZNYCH
DO PRAKTYKI DIAGNOSTYCZNEJ**

Anna Walerzak-Więckowska¹, Małgorzata Lipowska², Paweł Jurek³

DEVELOPMENTAL DYSCALCULIA – DEFICIT OF MATHEMATICAL
KNOWLEDGE OR OF ARITHMETIC SKILLS – FROM TERMINOLOGICAL
CONSIDERATIONS TO DIAGNOSTIC PRACTICE

Summary. Difficulties in mathematics education are affecting about 40% of students and terminological inaccuracies and problems in the area of diagnosis are huge. In this article is an attempt to standardize terminology by defining basic concepts – numerical abilities, arithmetic skills and mathematical knowledge, and present authors' Model of Mathematical Competence Development. the purpose of the analysis was to check whether students with specific learning disabilities exhibited numerical and arithmetic problems or mathematical deficits. 111 children were involved in this study, with (1) developmental dyscalculia, (2) isolated dyslexia, and (3) mixed learning disorders, and the average age was 11–12 years. During research, we used Kalkulia III test and the subtests of Arithmetic and News from the Wechsler Intelligence Scale for Children (WISC-R). It has been shown that the lower quotient and mathematical age, as well as the observed immature counting and estimating strategies, indicate a high probability of deficits in numerical ability and arithmetic disorders in children with isolated dyscalculia.

Key words: numerical abilities, Model of Mathematical Competence Development, specific disorder of arithmetic skills

¹ Instytut Psychologii, Uniwersytet Gdański (Institute of Psychology, University of Gdansk), ORCID: 0000-0002-9643-6049.

² Instytut Psychologii, Uniwersytet Gdański (Institute of Psychology, University of Gdansk), ORCID: 0000-0002-7422-159X.

³ Instytut Psychologii, Uniwersytet Gdański (Institute of Psychology, University of Gdansk), ORCID: 0000-0002-9958-3941.

Adres do korespondencji: Małgorzata Lipowska,
e-mail: malgorzata.lipowska@ug.edu.pl

Matematyka to przedmiot szkolny, z którym trudności ma nawet 40% uczniów (Gruszczyk-Kolczyńska, 2012). Nie dziwi więc fakt, że problem stał się podmiotem wielu badań naukowych. Poza identyfikowaniem przyczyn trudności o podłożu edukacyjnym czy intelektualnym badacze zwrócili się także w kierunku specyficznych trudności w nauce. W tym obszarze dysleksja rozwojowa, czyli specyficzne zaburzenia w nauce czytania i pisania, doczekała się wielu opracowań (por. Snowling, 2000; Krasowicz-Kupis, 2008; Lipowska, 2011; Bogdanowicz, 2017), jednakże trudności w zakresie matematyki są znacznie słabiej poznane (Nelson, Powell, 2017). Jednym z problemów są nieścisłości terminologiczne dotyczące nie tylko nazewnictwa odnoszącego się do trudności w nauce matematyki, ale także wynikającego ze sposobu, w jaki przedstawiciele różnych dyscyplin naukowych używają samego pojęcia matematyki, arytmetyki czy liczenia.

Precyzja terminologiczna jest niesamowicie istotna, gdyż braki w tym zakresie zniekształcają zarówno proces diagnozy, jak i bezpośrednio ukierunkowują późniejsze oddziaływania terapeutyczne.

W pierwszej kolejności warto zdefiniować podstawowe pojęcia, niezbędne do dalszych rozważań, takie jak: zdolności numeryczne, umiejętności arytmetyczne oraz wiadomości matematyczne.

Zdolności numeryczne. W literaturze anglojęzycznej zauważalna jest niespójność terminologiczna w tym zakresie. Lyons i Ansari (2009) posługują się terminem *numerical skills*, Obersteiner, Reiss i Ufer (2013) – *arithmetic skills*, Benavides-Varela i współpracownicy (2016) – *quantitative skills*, Georges, Hoffmann i Schiltz (2017) używają sformułowań, takich jak *mathematical abilities*, *mathematical skills* lub *mathematical competencies*. W języku polskim najadekwatniej oddające zakres pojęciowy tego terminu wydają się zdolności numeryczne.

Zdolności w literaturze opisane zostały jako warunki wewnętrzne, dzięki którym różne osoby o takim samym zaangażowaniu, motywacji oraz przygotowaniu opanowują daną kompetencję w odmiennym tempie, a także z niejednakowymi rezultatami (Reykowski, 1982). Już na podstawie tej definicji wnioskować można, że zdolności są wrodzone. Nosal (1974) sugeruje, że zdolność u jednostki oznacza pewną graniczną wartość, pułap możliwości, jaki określona dyspozycja jest w stanie osiągnąć, po wyćwiczeniu w najkorzystniejszym układzie warunków. Zdolności numeryczne, które opisywać można jako pewne właściwości myślenia, percepcji oraz pamięci, przejawiają się u człowieka na materiale symboli i liczb (Łubianka, 2007).

Zdolności numeryczne człowieka zazwyczaj definiuje się z dwóch różnych perspektyw: funkcjonalnej i strukturalnej. Przykładem ujęcia funkcjonalnego może być definicja Ladislava Košča (1982), który uznaje, że dzięki zdolnościom możliwe jest na późniejszych etapach opanowywanie matematycznego systemu symboli, operowanie symbolami matematycznymi, a także rozwiązywanie zadań i problemów. Przedstawicielem odmiennego – strukturalnego – ujęcia jest Wadim Krutiecki (1968), który pisał, że numeryczne zdolności charakteryzują się zsyntezowanym,

zredukowanym, elastycznym myśleniem w dziedzinie symboli, oznaczeń, a także stosunków matematycznych. Łączy on zdolności numeryczne z matematycznym typem myślenia.

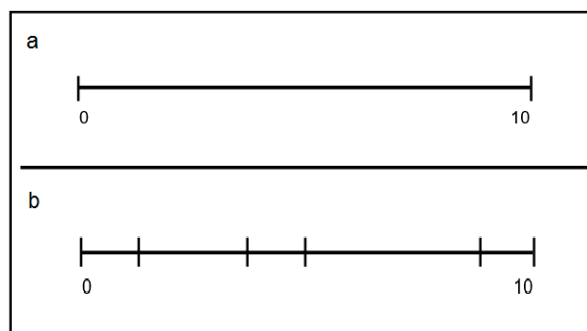
Autorzy tego artykułu uznają, że zdolności numeryczne są wrodzone oraz że przejawiają się postrzeganiem ilości – z perspektywy diagnostycznej warto podkreślić, iż to właśnie upośledzenie tej płaszczyzny jest predyktorem zaburzeń procesu liczenia.

Zdolności numeryczne obserwować można u dzieci od momentu urodzenia (Christodoulou, Lac, Moore, 2017), a także u zwierząt (Brannon, Cantlon, Terrace, 2006). Dzięki tym wrodzonym zdolnościom są one w stanie już w wieku kilku miesięcy szacować, różnicować zbiory o niewielkich liczebnościach, dodawać i odejmować jeden obiekt, a także rozróżniać wzrastające i malejące sekwencje obiektów (Butterworth, 1999).

Mimo wielu metodologicznych wątpliwości związanych z badaniem powiązań do łączenia liczb z przestrzenią kilkumiesięcznych dzieci (Patro, Haman, 2012), badacze dostarczają kolejne rzetelne wyniki potwierdzające istnienie wrodzonych zdolności numerycznych u niemowląt (Butterworth, 2005; Christodoulou, Lac, Moore, 2017). Niemowlęta zdają się posiadać zmysł liczby (*number sense*), polska literatura mówi o *poczuciu liczby* (Brożek, Hohol, 2014), a system rozumienia liczebności stanowi swoisty fundament budujących się w ciągu życia i edukacji umiejętności z zakresu arytmetyki i przetwarzania liczb (Spelke, Kinzler, 2007). Elizabeth Brannon (2002) w swoich eksperymentach udowodniła występowanie niewyuczonego, naturalnego różnicowania zbiorów o różnej liczebności, na podstawie czasu spoglądania na wzrastającą liczbę elementów. W badaniach uczestniczyły 11-miesięczne dzieci, u których odnotowała widoczny wzrost zainteresowania podczas ekspozycji sekwencji wzorów o liczebności wzrastającej z 1 do 2 punktów, z 2 do 3 punktów, a także z 3 do 4 punktów. Brian Butterworth (1999), uznawany często za ojca badań nad rozwojem zdolności do liczenia, uważa, że niemowlęta opierają się na module liczbowym, który poszerzany jest w trakcie edukacji, jednak jako wrodzony element pozwala na opisywanie i rozumienie świata w kategoriach liczb w zakresie od 4 do 5 obiektów. Jego istnienie potwierdzają nie tylko badania prowadzone z udziałem małych dzieci, ale także zwierząt, takich jak rezusy, delfiny, ale także szcury, różne gatunki ptaków i gupiki (Jordan, Brannon, 2006; Scarf, Terrace, Colombo, 2011; Agrillo i in., 2012).

Coraz więcej badań wskazuje na związek zdolności numerycznych z Mentalną Ośią Liczbową (McCrink, Dehaene, Dehaene-Lambertz, 2007) oraz efektem SNARC (Gibson, Maurer, 2016). Stosunek przestrzeni i reprezentacji liczb to bardzo istotny aspekt procesów poznawania liczb. Główny nurt badawczy tego problemu opiera się na asocjacjach liczbowo-przestrzennych SNA (*spatial-numerical associations*), na przykład na efekcie SNARC (*Spatial-Numerical Associations of Response Codes*) (Dehaene, 1993). Efekt SNARC dotyczy szybkości reakcji wywoływanej przez mniejsze liczby po lewej stronie, a przez większe po prawej. Badacze uzasadniają ten efekt

przyzwyczajeniem związanym z kierunkiem pisania i czytania, czyli odzwierciedleniem mapowania liczb w wymiarze poziomym. Jest to swoisty model umysłowej osi liczbowej. Wielu badaczy (Brannon, 2002; de Hevia, Spelke, 2010; Patro, Haman, 2012) zaczyna jednak szukać źródeł SNA na zdecydowanie głębszym poziomie aniżeli wśród wpływów kulturowych i nawyków edukacyjnych, a ich eksperymenty dają dowody na to, że asocjacje liczbowo-przestrzenne występują u dzieci przed rozpoczęciem edukacji szkolnej. Prace de Hevia i Spelke (2010) wskazują, że już u niemowląt oraz dzieci, które nie rozpoczęły kształcenia w szkole podstawowej, występują współzależności pomiędzy niekierunkowym wymiarem przestrzennym, czyli długością linii, a aspektem mocy niesymbolicznych liczebności – dzieciom znacznie łatwiej jest poprawnie wskazać na przykład liczbę 5 na odcinku liczbowym do 10, kiedy znajduje się na nim podziałka. Propozycja zadania została zaprezentowana na rysunku 1.



Rysunek 1. Przykładowe zadania sugerujące istnienie efektu SNARC. (a) Wskaż połowę pierwszego odcinka. / (b) Określ położenie liczby 5 na drugim odcinku

Źródło: Walerzak-Więckowska, 2011, s. 64.

Jako że istnieje pogląd, iż symboliczne reprezentacje liczbowe mają źródło w niesymbolicznym systemie szacunkowym, który spontanicznie powstaje u niemowląt i małych dzieci, mogą u nich zachodzić te same asocjacje (Gruszczyk-Kolczyńska, 2012). Byłoby to dowodem na istnienie wstępnej predyspozycji łączenia liczb z przestrzenią w ludzkim umyśle.

Jeszcze niedawno uznawano, że asocjacje liczbowo-przestrzenne są skorelowane z kierunkiem pisania i czytania, szczególnie że u osób badanych, mieszkających w krajach arabskich, zauważono całkowite odwrócenie mentalnej osi liczbowej, a u osób dwujęzycznych kierunek i siła efektu SNARC zależała od ekspozycji języka europejskiego lub arabskiego (Shaki, Fischer, Petrusic, 2009). Takie odzwierciedlenie mapowania liczby w wymiarze poziomym nie znajduje jednak potwierdzenia u Japończyków. Prowadzone badania w Japonii pozwoliły na wyciągnięcie zasiewających wątpliwości wniosków, ponieważ osoby badane czytające na co dzień z góry

na dół posiadały odwrotną mentalną oś liczbową – rosnącą z dołu do góry (Ito, Hatta, 2003). Najnowsze badania skierowane zostały więc nie na wpływy i przyzwyczajenia kulturowe czy też edukacyjne nawyki, a na wstępne predyspozycje łączenia liczb z przestrzenią w umysłach najmłodszych dzieci jeszcze przed rozpoczęciem formalnej edukacji szkolnej. Podczas eksperymentów przeprowadzonych przez Patro i Haman (2012) zaobserwowano, że małe dzieci reagowały szybciej na mniejsze zbiory prezentowane po lewej, na większe zaś po prawej stronie. Z kolei de Hevia i współpracownicy (2014) udowodnili występowanie tych współzależności już u niemowląt.

Przytoczone tutaj teorie i eksperymenty pozwalają sugerować, że relacje liczbowo-przestrzenne nie muszą być skorelowane z wpływami kulturowymi, językiem, czytaniem czy pisanem oraz że rodząc się, posiadamy pewne kluczowe zdolności numeryczne dające podstawę budowania umiejętności arytmetycznych na drodze rozwoju i formalnej edukacji szkolnej. Dopiero na podłożu wrodzonych zdolności numerycznych kształtować się mogą umiejętności arytmetyczne.

Umiejętności arytmetyczne. Umiejętności w *Słowniku języka polskiego* (Doroszewski, 1969) definiowane są jako praktyczne znajomości czy też możliwości wykonywania czegoś. Mogens A. Niss (2003) sformułował definicję kompetencji matematycznej (*mathematical competence*) jako zdolności do rozumienia, osądzania, wykorzystywania i wykonywania czynności matematycznych zarówno w kontekście matematycznym, jak i pozamatematycznym. Badacz podkreślił rolę pojmowania i stosowania języka oraz narzędzi matematycznych. W literaturze można znaleźć stanowisko, że są one osiągnięciami zdobytymi jako swoista konsekwencja zarówno środowiskowych, jak i kulturowych wpływów na fundamencie zdolności (Oszwa, 2009). Jean Piaget (1966/2006) uważał, że umiejętności są pochodną ogólnego rozwoju inteligencji, a ich fundamentami jest wiele podstawowych zdolności. Umiejętności można porównać do kompetencji realnych, często wykonywanych rutynowo i intencyjnie, podczas gdy kompetencje formalne są bliższe wiedzy o pewnych regułach i prawidłowościach. Owe kompetencje realne zawsze mają związek z zadaniami, ponieważ przejawiają się one w określonych zachowaniach jako odpowiedź na dane zadanie. Ponadto ich cechą jest zmienność, czyli poddawanie się rozwojowi, ponieważ można je kształcić i doskonalić. Charakteryzuje je również mierzalność pozwalająca na określenie poziomu, na jakim dana kompetencja plasuje się obecnie, a także jaki jest jej pożądany, finalny stan (Niss, 2003). Umiejętności arytmetyczne (*arithmetic skills*) opierają się więc na wrodzonych zdolnościach numerycznych, odnoszą się do zadań związanych z procesem liczenia i mogą być rozwijane. Kształtowanie się umiejętności arytmetycznych jest trudnym i złożonym procesem, wymagającym ciekawości poznawczej i odpowiedniej motywacji dziecka. Z perspektywy psychologii są to nabyte zdolności automatycznego wykonywania danych czynności, z pedagogicznego punktu widzenia zaś rozumiane są jako niezbędne sprawności w wykorzystaniu określonej wiedzy podczas wykonywania zadań matematycznych (Geary, 1990). Zdobywane są one w trakcie coraz

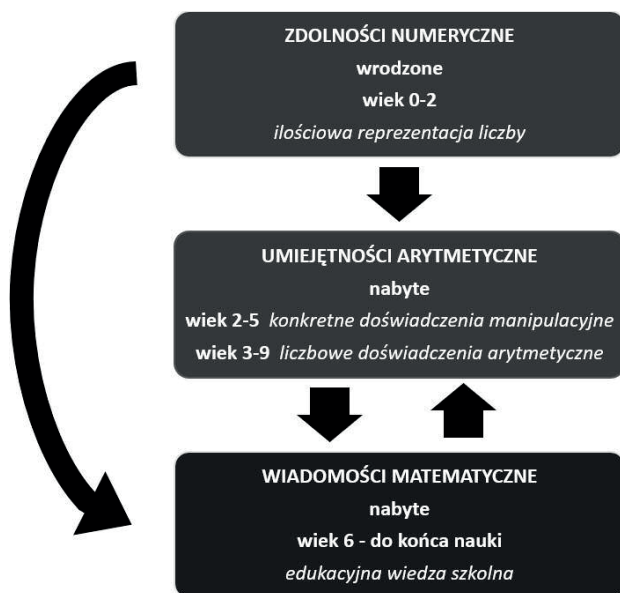
bieglejszego dokonywania obliczeń, a także przyswajania, magazynowania i wydobywania z pamięci rozmaitych faktów arytmetycznych. W procesie rozwoju umiejętności arytmetycznych dziecka możemy zauważyć dwa etapy. Pierwszy z nich pomiędzy 2. a 5. rokiem życia to faza konkretnych doświadczeń liczbowych, gdy dziecko wykształca umiejętność przyporządkowania 1:1, przeliczania niewielkich zbiorów obiektów, określania liczebności zbiorów oraz spontanicznego używania palców (Butterworth, 2005). W drugim etapie – liczbowych doświadczeń arytmetycznych (pomiędzy 3. a 9. rokiem życia) – dzieci zaczynają rozumieć pojęcie stałości liczby, a także z biegiem lat poprawnie liczą i wydobywają fakty liczbowe z pamięci (Butterworth, 2005). Ritchie i Bates (2013) w swoich badaniach wykazali, że pewne osiągnięcia w liczeniu, czyli zdobyte umiejętności arytmetyczne w wieku 7 lat pozwalają z dużym prawdopodobieństwem przewidzieć społeczno-ekonomiczny status osoby badanej w późniejszym wieku. Trzeba jednak zaznaczyć, że o ile początkowe umiejętności arytmetyczne opierają się głównie na opisywanych wyżej zdolnościach numerycznych, także powiązaniach przestrzeni z liczbami, to na wyższym poziomie rozwoju kompetencji matematycznych znaczenia nabiera biegłość poprawnego szacowania oraz, przede wszystkim, konkretna i dobrze ugruntowana wiedza matematyczna (Cipora, 2012).

Wiadomości matematyczne. Zdobywanie wiadomości matematycznych rozpoczyna się przed formalną edukacją szkolną, jednak to właśnie w szkole nabiera dynamiki. Matematyka uznawana jest za najtrudniejszy przedmiot na wszystkich poziomach edukacji. Jako że jej podstawą jest stopniowanie trudności poznawanych kolejno zagadnień, konieczne jest kontrolowanie poziomu wiedzy matematycznej na każdym etapie. Gruszczyk-Kolczyńska (1987, 2012) uznaje, że nawet 40% uczniów miało, ma lub będzie miało trudności z opanowywaniem konkretnego zagadnienia w matematyce. Dlatego tak niezmiernie ważne jest rozgraniczenie zaburzenia, jakim jest dyskalkulia rozwojowa od trudności związanych z luką w wiadomościach prezentowanych przez uczniów w szkole. Matematyka jako dziedzina nauki jest dynamicznie zmieniającą się symbiozą wielu dziedzin przenikających się i oddziaływujących na siebie. Amerykańskie Towarzystwo Matematyczne zajmujące się typizacją wszystkich gałęzi matematyki, również tych, które dopiero powstają i na płaszczyźnie których nieustannie prowadzone są badania naukowe, szczegółowo opisuje matematykę jako naukę. Mathematical Subject Classification (MCS 2010), czyli ostatnia i obowiązująca wersja obejmuje ponad 5000 pozycji, w tym bardzo szczegółowe dziedziny nauk matematycznych oraz dziedzin związanych z tą nauką. Amerykańskie Towarzystwo Matematyczne używa pięciodzianowego kodu, ponieważ opisuje wiele gałęzi matematyki, dzielonych na mniejsze podgrupy. Kilka głównych działów to między innymi Logika, Analiza, Geometria. Przykładem podziału szerszej gałęzi może być Matematyka dyskretna, na którą składają się takie dziedziny, jak kombinatoryka, kryptologia, programowanie liniowe, teorie gier, grafów, informacji, liczb, matroidów, węzłów, konfiguracji czy też geometria skończona. Oczywiście poziom prezentowanych wiadomości matematycznych w szkole

podstawowej, a także szkołach ponadpodstawowych nie jest aż tak wysoki, jednak na każdym etapie może sprawiać trudności. Ważne jest także podkreślenie, że wiadomości matematyczne nie są używane wyłącznie na jednych zajęciach, analiza programów nauczania wskazuje na powiązania wykorzystania umiejętności arytmetycznych oraz wiadomości matematycznych na praktycznie wszystkich przedmiotach w szkole (Karpiński, 2009). Przykładami może być posługiwanie się taśmą mierniczą, termometrem czy skalą mapy na przyrodzie i geografii, przeprowadzanie obliczeń opierających się na masie, gęstości i objętości na chemii oraz obliczanie upływu czasu pomiędzy wydarzeniami historycznymi na lekcjach historii (Karpiński, 2009). Podczas formalnej edukacji szkolnej mogą więc u dzieci wystąpić ogólne trudności w uczeniu się, zarówno w ujęciu szerszym, dotyczącym wszelkiego rodzaju problemów w nauce, jak i węższym dotyczącym na przykład liczenia (Oszwa, Borkowska, 2006).

Proces przetwarzania liczb oparty jest na zdolnościach numerycznych, a za fakty arytmetyczne przyjmujemy wyniki działań oparte na pojedynczych operandach. Tak więc proceduralna wiedza arytmetyczna związana jest z systemem obliczeniowym oraz zastosowaniem konkretnego schematu bez potrzeby rozumienia matematycznego sensu działania.

Powyższe rozważania pozwoliły na skonstruowanie następującego Modelu Rozwoju Kompetencji Matematycznych (MRKM), który został zaprezentowany na rysunku 2.



Rysunek 2. Model Rozwoju Kompetencji Matematycznych (MRKM) – Walerzak-Więckowska, Lipowska, Jurek

Uporządkowanie terminologii podstawowej pozwala na pochylenie się nad definicją samej dyskalkulii rozwojowej, gdyż jednym z nadrzędnych celów tego opracowania jest rozróżnienie zaburzenia, jakim jest dyskalkulia rozwojowa, mająca nierozzerwalny związek ze zdolnościami numerycznymi i umiejętnościami arytmetycznymi, oraz trudności w nauce matematyki oraz innych przedmiotów wykorzystujących wiedzę matematyczną, wynikających z niezrozumienia pewnych treści i luk w wiadomościach. Owe trudności wynikać mogą z braków w wiadomościach spowodowanych niezrozumieniem przedstawianych treści, ale także na przykład nieobecnością na lekcjach i brakiem możliwości utrwalenia danych treści. Jeżeli jednak rozpoznajemy konkretne deficyty poznawcze, które występują u dzieci o prawidłowym rozwoju intelektualnym i przy sprzyjających warunkach edukacyjnych, możemy mówić o specyficznych zaburzeniach umiejętności arytmetycznych, czyli dyskalkulii rozwojowej (Oszwa, 2006). Nadal zdarza się, że poradnie psychologiczno-pedagogiczne stawiają rozpoznanie zaburzenia liczenia, czyli dyskalkulii rozwojowej, wyłącznie na podstawie ocen szkolnych i wyników sprawdzianów z matematyki, ponieważ pracujący w nich psychologowie i pedagodzy często nie włączają do procesu diagnostycznego testów badających zdolności numeryczne i umiejętności operowania liczbą. Wprowadzenie standardów w tym zakresie wydaje się autorom niezbędne dla prawidłowej oceny potencjału arytmetycznego dzieci wykazujących trudności w matematyce.

W międzynarodowych klasyfikacjach używane są terminy: specyficzne zaburzenie umiejętności arytmetycznych w ICD-10 (WHO, 1992) oraz *Specyficzne zaburzenie uczenia się w matematyce* w najnowszej piątej edycji *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders* – DSM 5 (APA, 2013) – klasyfikacja ta podaje także termin dyskalkulia jako alternatywny. Jednakże wśród klinicystów, pedagogów i nauczycieli stosowany jest termin dyskalkulia rozwojowa (Oszwa, 2006). Definicja dyskalkulii rozwojowej jest zbliżona do definicji dysleksji rozwojowej, co nie dziwi, jeśli wziąć pod uwagę, że oba te zaburzenia wchodzą w skład specyficznych trudności w uczeniu się.

Dyskalkulia rozwojowa definiowana jest najczęściej jako „strukturalne zaburzenie zdolności matematycznych mające swe podłoże w zaburzeniach genetycznych i wrodzonych tych części mózgu, które są bezpośrednim podłożem anatomiczno-fizjologicznym dojrzewania zdolności matematycznych odpowiednio do wieku, bez jednoczesnego zaburzenia ogólnych funkcji umysłowych” (Košč, 1974, s. 47). W literaturze przedmiotu znaleźć można wiele teorii i modeli wielodeficytowych wyjaśniających podłoże tego neurorozwojowego zaburzenia (Pennington, 2006; Butterworth, Kovas, 2013). Źródła nie tylko dyskalkulii rozwojowej, ale także dysleksji rozwojowej i zespołu nadpobudliwości z deficytem uwagi (ADHD) upatruje się w skomplikowanych interakcjach między genetycznymi, neuronalnymi, behawioralnymi i poznawczymi czynnikami a czynnikami środowiskowymi, czyli środowiskiem domowym, szkolnym, a także statusem społeczno-ekonomicznym (Anders i in., 2012). Tym, co łączy teorie z międzynarodowymi klasyfikacjami medycznymi,

są pewne wykluczenia, bez których nie można byłoby mówić o diagnozie zaburzenia. Pojawiające się syndromy u dzieci nie mogą pozostawać w związku z niepełnosprawnością umysłową, zaburzeniami psychicznymi i neurologicznymi, niedowidzeniem, niedosłuchem oraz brakiem warunków psychospołecznych, edukacyjnych czy sprawności językowej (APA, 2013). Dyskalkulię rozwojową diagnozuje się średnio u 5% dzieci (Košč, 1974; Kaufmann, von Aster, 2012).

Jeżeli trudności w nauce matematyki u co 20 ucznia spowodowane mogą być nie luką wiedzy, niedostatkami uczenia się, lecz zaburzeniem, to warto, na podstawie badań empirycznych, wskazać na odmienny obraz problemów wśród uczniów z dyskalkulią na tle tych z trudnościami o innym podłożu.

Cele badań

Zdając sobie sprawę, że w procesie diagnozy prowadzonym w poradniach psychologiczno-pedagogicznych i innych ośrodkach diagnostycznych uprawnionych do rozpoznania dyskalkulii rozwojowej (art. 127 ust. 11 Ustawy z dnia 14 grudnia 2016 r. – Prawo oświatowe, DzU 2017, poz. 59) diagnosta nie określa poziomu wiadomości matematycznych wynikających z podstawy programowej tego przedmiotu, warto podkreślić, że rolą specjalistów jest ocena poziomu zdolności numerycznych i umiejętności arytmetycznych badanych. Dlatego też pytania badawcze postawione w niniejszej pracy powinny stanowić element każdego postępowania diagnostycznego.

Czy wszyscy uczniowie z trudnościami w matematyce, skierowani do placówek specjalistycznych w celu przeprowadzenia diagnozy, wykazują zaburzenia zdolności numerycznych i umiejętności arytmetycznych?

Czy wszyscy badani, wykazują deficyt w zakresie wiedzy ogólnej odnoszącej się do pojęć matematycznych?

Osoby badane i procedura badania

W badaniu udział wzięło $N = 111$ uczniów, których rodzice zgłosili się do poradni psychologiczno-pedagogicznych w województwie pomorskim w celu zdiagnozowania, czyli potwierdzenia lub wykluczenia dyskalkulii rozwojowej. Po uzyskaniu informacji od rodzica i nauczyciela matematyki podstawowe badania wykonano w poradniach rejonowych. Następnie nastąpiło skierowanie uczniów na pogłębioną diagnostykę do poradni specjalistycznej. Uczestnicy więc nie zostali dobrani do próby w sposób losowy, były to bowiem dzieci z trudnościami w uczeniu się matematyki. Po przeprowadzeniu specjalistycznych badań liczba uczniów ze zdiagnozowaną dyskalkulią rozwojową wyniosła $N = 64$, z izolowaną dysleksją – $N = 25$, a z współwystępowaniem dysleksji i dyskalkulii, czyli według klasyfikacji ICD-10 z mieszanymi zaburzeniami umiejętności szkolnych – $N = 22$. W żadnej próbie

uczniów płeć nie była reprezentowana w równym stopniu, ponieważ ogółem w badaniu 55,9% uczestników stanowili chłopcy ($N = 62$) oraz 44,1% ($N = 49$) – dziewczęta.

Tabela 1. Struktura badanej grupy ze względu na płeć oraz rodzaj trudności w uczeniu się

	Rodzaj trudności w uczeniu się		
	dyskalkulia	dysleksja	mieszane
Płeć	<i>n</i>	<i>n</i>	<i>n</i>
Dziewczęta	35	9	5
Chłopcy	29	16	17
Razem	64	25	22

Pod względem wieku najmłodsze dziecko w grupie miało 8 lat, najstarsze zaś – 16 (tabela 2).

Tabela 2. Struktura badanej grupy ze względu na wiek oraz rodzaj trudności w uczeniu się

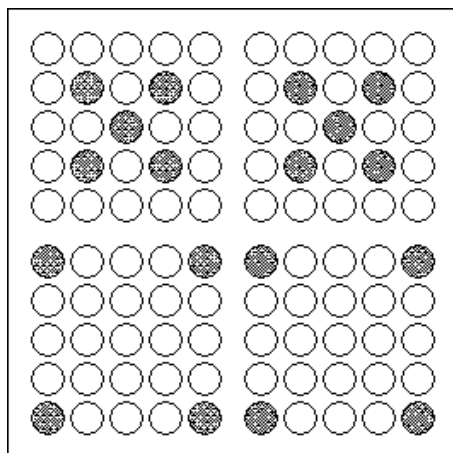
Rodzaj trudności w uczeniu się	<i>N</i>	Min.	Max.	<i>M</i>	<i>SD</i>
Dyskalkulia	64	10	16	11,83	2,41
Dysleksja	25	10	16	11,64	2,60
Mieszane	22	10	15	11,50	1,85

Metody badania

W procesie diagnozy wykorzystano test Kalkulia III (Košč, Ponczek, 1998) oraz podtesty Arytmetyka i Wiadomości ze Skali Inteligencji Wechslera dla Dzieci (Maczak, Piotrowska, Ciarkowska, 2008).

Test Kalkulia III (Košč, Ponczek, 1998) pozwala na diagnozę zdolności numerycznych poprzez określenie wieku i ilorazu matematycznego. Narzędzie składa się z układów – przeliczalnych i jednorodnych elementów graficznych wpisanych w schemat, zawierających relacje ilościowe i przestrzenne, zaprezentowane na materiale konkretnym jako zbiory białych i czarnych kółek. Test nie zawiera żadnych matematycznych symboli – cyfr, liczb czy symboli działań, co za tym idzie – jest wolny od wpływów formalnej matematyki szkolnej. Zadaniem badanego jest obliczenie liczby czarnych kółek wśród kółek białych, przy użyciu wybranej przez niego strategii liczenia. Ocena wyboru rodzaju strategii liczenia pozwala ocenić stopień kompetencji matematycznych. Uczeń powinien liczyć układy kółek czarnych, które symetryczne względem osi schematu powtarzają się w początkowej fazie

czterokrotnie, a w późniejszym etapie dwukrotnie. Przykładowe zadanie z testu Kalkulia III, o wyższym poziomie trudności związanym z dwoma różnymi układami czarnych kółek, zaprezentowano na rysunku 3.



Rysunek 3. Przykładowe zadanie z testu Kalkulia III z podwójnym powtórzeniem układów

Test ten dobrze nadaje się do diagnozowania dzieci z dyskalkulią rozwojową charakteryzujących się zaburzoną zdolnością numeryczną.

Podtest Arytmetyka ze Skali Inteligencji Wechslera dla Dzieci (Maczak, Piotrowska, Ciarkowska, 2008) posłużył do określenia poziomu wykonania operacji na liczbach, czyli jest wskaźnikiem poziomu umiejętności arytmetycznych. Ta słowna podskala mierzy rozumienie słyszanych instrukcji, koncentrację na zadaniu oraz poziom wykonania operacji na liczbach, czyli związana jest z czynnikiem pamięci i odporności na zakłócenia. Rezultaty osiągnięte w tej skali świadczą o poziomie myślenia logiczno-arytmetycznego, rozumowania liczbowego, a także o szybkości procesów umysłowych i tempie manipulacji liczbami. Pytania, jakie słyszą badani, poukładane są zgodnie z poziomem trudności. Warto podkreślić fakt, iż trzy najbardziej skomplikowane zadania zostały zapisane tak, by dziecko biorące udział w badaniu mogło je przeczytać.

Z podtestu Wiadomości wybrano cztery pytania dotyczące wiedzy ogólnej odwołującej się do materiału matematycznego. Wykorzystano: Pytanie 9. *Ile stu-złotówek mieści się w pięćsetce?* 13. *Ile kilogramów mieści się w tonie?* 17. *Ile sztuk mieści się w tuzinie?* 19. *Jaki jest przeciętny wzrost mężczyzny w Polsce?*

Wyniki

W pierwszej kolejności oceniono poziom zdolności numerycznych badanych. Zgodnie z oczekiwaniami w teście Kalkulia III odnotowano wyraźnie obniżony wiek matematyczny dzieci ze zdiagnozowaną dyskalkulią $M = 96,84$ i z zaburzeniami mieszanymi $M = 98,82$ w stosunku do uczniów wyłącznie z izolowaną dysleksją $M = 136,40$. Analogicznie sprawa wygląda w przypadku ilorazu matematycznego. Grupy uczniów z dyskalkulią ($M = 67,12$) i zaburzeniami mieszanymi ($M = 70,35$) uzyskały niższe wyniki w porównaniu z grupą uczniów z dysleksją ($M = 96,23$) (tabela 3). Analiza *post hoc* (test Bonferroniego) wykazała, że w zakresie obu badanych zmiennych różnice istotne statystycznie występują pomiędzy grupami: dyskalkulia *vs* dysleksja oraz dysleksja *vs* trudności mieszane ($p < ,01$); grupy dyskalkulia i trudności mieszane nie różnią się istotnie między sobą pod względem wyników w zakresie badanych zmiennych.

Tabela 3. Porównanie wyników w teście Kalkulia III w grupach uczniów o różnym typie trudności w uczeniu się

Zmienna	Typ trudności w uczeniu się						F
	dyskalkulia (n = 64)		dysleksja (n = 25)		mieszane (n = 22)		
	M	SD	M	SD	M	SD	
Wiek matematyczny (Kalkulia III)	96,84	16,54	136,40	34,53	98,82	17,36	30,64**
Iloraz matematyczny (Kalkulia III)	67,12	11,72	96,23	19,77	70,35	14,73	37,46**

N = 111; * $p < ,05$; ** $p < ,01$.

Dzieci z dyskalkulią (izolowaną lub współwystępującą z dysleksją) mają wiek matematyczny istotnie niższy niż wiek życia, zaś uczniowie z dysleksją osiągnęli wyniki w tym zakresie nawet przekraczające spodziewane dla danego wieku. Wynik ten jednoznacznie wskazuje na deficyt w zakresie zdolności numerycznych w grupie kryterialnej.

Kolejnym etapem była ocena umiejętności arytmetycznych na podstawie podtestu Arytmetyka ze Skali Inteligencji Wechslera dla Dzieci (Matczak, Piotrowska, Ciarkowska, 2008), ponieważ do rozwiązania zadań konieczne jest między innymi rozumowanie arytmetyczne oraz biegłość w posługiwaniu się liczbami w procesie liczenia (Krasowicz-Kupis, Wiejak, 2006).

Ponownie wyniki potwierdziły założenie, że deficyt umiejętności arytmetycznych charakteryzuje dzieci z dyskalkulią (tabela 4).

Tabela 4. Porównanie wyników w podteście Arytmetyka (WISC-R) w grupach uczniów o różnym typie trudności w uczeniu się

	Typ trudności w uczeniu się						
	dyskalkulia (<i>n</i> = 64)		dysleksja (<i>n</i> = 25)		mieszane (<i>n</i> = 22)		
Zmienna	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>F</i>
Arytmetyka (WISC-R)	7,28	2,41	9,84	2,70	6,82	1,97	12,33**

N = 111; * $p < ,05$; ** $p < ,01$.

Średnie osiągane rezultaty w grupie dzieci z dysleksją były istotnie wyższe $M = 9,84$ od dzieci ze zdiagnozowaną dyskalkulią $M = 7,28$ i zaburzeniami mieszanymi $M = 6,82$. Wykonana analiza *post hoc* (test Bonferroniego) wykazała, że w zakresie tej zmiennej ponownie różnice istotne statystycznie występują pomiędzy grupami: dyskalkulia *vs* dysleksja oraz dysleksja *vs* trudności mieszane ($p < ,01$), natomiast brak jest różnic między grupą uczniów z dyskalkulią a grupą uczniów z trudnościami mieszanymi.

Na podstawie wyników można stwierdzić obniżony poziom umiejętności arytmetycznych – wyniki przeciętne szacowane są w obszarze 8-12 punktów przeliczonych, a badani z dyskalkulią (izolowaną bądź współwystępującą) plasowali się poniżej. Uczniowie z podwójną diagnozą uzyskali wyniki niższe, nie dlatego, że mają bardziej nasiloną dyskalkulię, lecz dlatego, że współwystępująca dysleksja utrudniała jeszcze funkcjonowanie w sytuacji zadania matematycznego z treścią.

Aby uzyskać dane dotyczące poziomu wiedzy ogólnej odnoszącej się do pojęć matematycznych, konieczna była analiza wyników uzyskanych w czterech wybranych pytaniach z podtestu Wiadomości.

Tabela 5. Porównanie średnich wyników odpowiedzi (wskaźników wykonania) na wybrane pytania w podteście Wiadomości (WISC-R) w grupach uczniów o różnych rodzajach trudności w uczeniu się

	Typ trudności w uczeniu się						<i>F</i>
	dyskalkulia (<i>n</i> = 64)		dysleksja (<i>n</i> = 25)		mieszane (<i>n</i> = 22)		
Pytanie w podteście Wiadomości (WISC)	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	
Ile stułotówek mieści się w pięćsetce?	,78	,42	,76	,44	,64	,49	,91
Ile kilogramów mieści się w tonie?	,63	,49	,71	,46	,62	,50	,29
Ile sztuk mieści się w tuzinie?	,21	,41	,38	,50	,10	,31	2,46
Jaki jest przeciętny wzrost mężczyzny w Polsce?	,58	,50	,62	,50	,32	,48	2,46

N = 111; * $p < ,05$; ** $p < ,01$.

Nie wykazano istotnych różnic w tym zakresie – badani uczniowie, niezależnie od typu trudności w uczeniu się, prezentowali podobny poziom wiedzy odnoszącej się do pojęć matematycznych. Prawdopodobnym wyjaśnieniem braku różnic w tym zakresie u uczniów z dyskalkulią w porównaniu z pozostałymi grupami jest to, że wiadomości z każdego zakresu można nauczyć się, często bez konieczności ich rozumienia.

Niezmiernie ważna w tym wypadku jest jednak analiza jakościowa poszczególnych odpowiedzi. Warto przytoczyć odpowiedzi losowo wybranych dzieci z każdej grupy badanej, zaczynając od dzieci ze zdiagnozowaną dyskalkulią rozwojową. Na pytanie dotyczące średniego wzrostu mężczyzny uczniowie ci udzielili odpowiedzi, takie jak 35 czy 50 centymetrów. Dzieci ze stwierdzoną izolowaną dyskalkulią rozwojową odpowiedziały także, że tona to 100 kilogramów, tuzin to 15, a w pięćsetce mieści się 5 tysięcy stużłotówek. Dzieci, u których stwierdzono występowanie mieszanych zaburzeń umiejętności szkolnych, w tym dyskalkulii, udzielają jakościowo podobnych odpowiedzi, co uczniowie z izolowanymi specyficznymi zaburzeniami uczenia się arytmetyki. W tej grupie odnotowano błędne odpowiedzi, takie jak 600 lub 40 centymetrów jako średni wzrost mężczyzny, a także oszacowanie tuzina na 10, a tony na 5. Uczniowie z izolowaną dyskalkulią osiągają lepsze rezultaty w analizowanych czterech pytaniach i najczęściej udzielają błędnych odpowiedzi na pytanie dotyczące tuzina, co może świadczyć o braku wiedzy z tego zakresu. Podczas analizy jakościowej wyników szczególną uwagę zwrócono na fakt, iż dzieci ze wszystkimi typami problemów w uczeniu się mogą mylić się lub błędnie szacować, jednak pytaniem, które najlepiej pokazuje nedorzecznosc odpowiedzi dzieci ze zdiagnozowaną dyskalkulią rozwojową lub z zaburzeniami mieszanymi, jest to dotyczące wzrostu. Uczniowie podawali odpowiedzi, jak na przykład 30 centymetrów lub 6 metrów, nie dostrzegając skali poziomu niedoszacowania lub przeszacowania. Najczęściej popełniane nieznaczące błędy wynikać mogą ze wzrostu ojca dziecka, jednak można tak wnioskować przy błędach rzędu 10-15 centymetrów, a nie – jak w przypadku opisywanych badanych – kilkudziesięciu czy nawet kilkuset.

W dalszej kolejności dokonane zostały analizy korelacyjne, aby wykazać związki pomiędzy zdolnościami numerycznymi, umiejętnościami arytmetycznymi oraz wiadomościami matematycznymi – co wcześniej opisano w modelu (rysunek 2).

Tabela 6. Korelacja (r Pearsona) między podskalą Arytmetyka (WISC-R) a wynikami testu Kalkulia III

	Arytmetyka (WISC-R)	Wiek matematyczny (Kalkulia III)
Wiek matematyczny (Kalkulia III)	,47**	-
Iloraz matematyczny (Kalkulia III)	,41**	,70**

$N = 111$; * $p < ,05$; ** $p < ,01$.

Oczywiście nie zaskakuje wysoka korelacja wieku i ilorazu matematycznego, ale podkreślić należy przede wszystkim występowanie znaczącej i istotnej statystycznie relacji pomiędzy zdolnościami numerycznymi określanymi testem Kalkulia III i umiejętnościami arytmetycznymi ocenianymi za pomocą podskali Arytmetyka z testu WISC-R.

Następnie dokonano analizy związków wiadomości matematycznych ze zdolnościami numerycznymi i umiejętnościami arytmetycznymi.

Tabela 7. Korelacja (punktowo-dwuseryjna) między średnim wynikiem uzyskanym w odpowiedziach na wybrane pytania podtestu Wiadomości (WISC-R) a podskalą Arytmetyka (WISC-R) oraz wiekiem matematycznym badanych (Kalkulia III)

Pytania w podteście Wiadomości (WISC)	Arytmetyka (WISC)	Wiek matematyczny (Kalkulia III)
Średnie wyniki z czterech wybranych pytań	,22*	,31**

$N = 111$; * $p < ,05$; ** $p < ,01$.

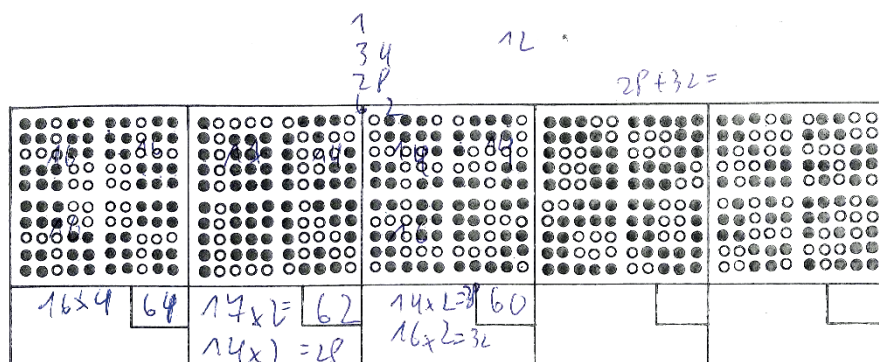
Nie zaskakuje fakt, że uzyskano istotne, choć słabe zależności pomiędzy wiadomościami matematycznymi a zdolnościami numerycznymi i umiejętnościami arytmetycznymi badanych – wynik potwierdza zasadność modelu przedstawionego na rysunku 2.

Dyskusja

Kiedy analizujemy wyniki testu Kalkulia III, poza znormalizowanym wiekiem i ilorazem matematycznym warto zwrócić uwagę także na poprawność obliczeń częściowych. Poniżej przedstawiono fragment arkusza, na którym zaobserwować można delikatne ślady po długopisie świadczące o zliczaniu wszystkich kółek po kolei (co potwierdziła osoba przeprowadzająca badanie oraz zapis wideo), a także prowadzenie dodatkowych obliczeń zadań o niskim stopniu trudności i niedużym zakresie liczbowym u góry strony.

Dodatkowe obliczenia zarówno prowadzone adekwatnie do instrukcji pod zadaniem, jak i te na marginesach arkusza mają dużą wartość diagnostyczną. Taka jakościowa analiza wykonania pozwala na określenie, czy przyczyną bardzo niskiego wyniku może być jedynie błąd w zliczeniu kółek w pojedynczej ćwiartce, gdyż działania dodawania i mnożenia zostały przeprowadzone poprawnie. Mogłoby to świadczyć o chwilowej utracie koncentracji podczas liczenia kółek w układzie, a nie o zaburzeniach z zakresu arytmetyki. Jeżeli w obliczeniach częściowych pojawiają się błędy, jednak badany zauważył i stosował strategię zliczania kółek w pojedynczych ćwiartkach i następnie mnożenia ich zgodnie z osiami symetrii, to fakt ten może wiązać się z brakami w edukacji arytmetyki i w szkolnych umiejętnościach

matematycznych. W obu przypadkach zazwyczaj mielibyśmy do czynienia z dziećmi bez specyficznych zaburzeń, które mimo niskiego wyniku czynników wieku i ilorazu matematycznego, w przeciwieństwie do uczniów z dyskalkulią, dostrzegają istniejące w zadaniu relacje oraz cechują się relatywnie wyższym poziomem zdolności przestrzennych i rozumowania. Przeprowadzone badania pozwoliły na skonstruowanie rysu profilu dziecka ze zdiagnozowaną dyskalkulią. U takiego dziecka zdolności numeryczne na podstawie testu Kalkulia III oceniono na niskie, umiejętności arytmetyczne po przeanalizowaniu wyników podtestu Arytmetyka również są obniżone. Badani stosują strategie liczenia charakterystyczne dla dzieci o niższym wieku życia oraz potrzebują więcej czasu na wykonanie operacji matematycznych.



Rysunek 4. Fragment arkusza jednej z osób badanych ze zdiagnozowanymi specyficznymi zaburzeniami w nauce matematyki przedstawiający ślady po zliczaniu kółek oraz liczenie pisemne

Źródło: materiały własne.

Pomimo że w ostatnich latach prowadzi się coraz więcej badań dotyczących dyskalkulii rozwojowej, to nadal więcej postawiono pytań niż udzielono odpowiedzi. Głównymi problemami badawczymi z zakresu poznawczych korelatów trudności są wybrane aspekty, takie jak pamięć operacyjna (Dark, Benbow, 1991) czy też rozumowanie matematyczne (Jordan, Montani, 1997; Jordan, Hanich, Kaplan, 2003).

Geary i współpracownicy (2004) zauważyli, że dzieci z dyskalkulią rozwojową w mniejszym stopniu dostosowują swój wybór strategii do poziomu trudności danego zadania niż uczestnicy kontrolni, wykorzystują niewystarczające i bardziej niedojrzałe strategie. Wymienili oni zliczanie lub zgadywanie zamiast rozkładu lub sięgania do faktów arytmetycznych. Badacze wysnuwają hipotezy dotyczące powodu korzystania z niedojrzałych strategii. I tak Butterworth (2005) potencjalnie łączy to zjawisko z upośledzonym rozumieniem liczb, Geary i współpracownicy

(2004) zaś z brakami w pamięci operacyjnej, utrudniającymi przechowywanie faktów matematycznych w pamięci długotrwałej. LeFevre i współpracownicy (2013) zasugerowali, że powodem tego może być relatywnie słabsze wstrzymywanie nieistotnych informacji lub niższy poziom uwagi wykonawczej. Potwierdzają to badania z udziałem dzieci w wieku 10 lat, u których stwierdzono deficyty umiejętności sięgania do faktów w przypadku rozmaitych treści, nie tylko liczbowych (De Visscher, Noël, 2014). Ukazując różne przyczyny osiągania niskiego wyniku w teście Kalkulia III, warto jeszcze raz podkreślić indywidualne podejście do każdego badanego, wnikliwą obserwację sposobu wykonywania zadań, a nawet sam sposób zapisywania symboli matematycznych i cyfr w ćwiczeniach arytmetycznych. Diagnozując specyficzne zaburzenia w nauce matematyki, istotne jest określenie typu występującej dyskalkulii oraz wykluczenie innych jednostek nozologicznych. Według autorów testu Kalkulia III w momencie analizy zapisu można zdiagnozować dyskalkulię graficzną lub dysleksję z dysgrafią. Różnorakie inwersje liczb wielocyfrowych, deformacje obrazu graficznego czy też zły zapis liczb w algorytmie pisemnym mogą prowadzić do błędnych obliczeń, a tym samym niskiego wyniku ogólnego, mimo że osoba badana nie ma problemów z liczeniem, a procesy rozumowania i umysłowe operacje arytmetyczne przebiegają prawidłowo. W Polsce pojawiły się także badania dotyczące rozumowania operacyjnego. Gruszczuk-Kolczyńska (2012) uważa, że u dzieci z trudnościami w uczeniu się arytmetyki występuje opóźnienie rozwoju w tym zakresie na poziomie myślenia słowno-pojęciowego, funkcji motorycznych oraz operacji konkretnych. O wielu zaburzonych funkcjach mogą świadczyć obserwacje dokonane podczas wykonywania badań przy użyciu testu Kalkulia III. Wykorzystywane niedojrzałe strategie zliczania czarnych kółek mogą świadczyć nie tylko o niskim poziomie umiejętności arytmetycznych czy nieopanowanych w odpowiednim stopniu wiadomościach i umiejętnościach szkolnych, ale także o potencjalnych deficytach z zakresu rozumowania, wnioskowania, pamięci oraz organizacji przestrzennej lub stronnej.

Nie powstał, jak do tej pory, profil funkcji poznawczych typowy dla dyskalkulii rozwojowej, a dotychczasowo opublikowane badania pozwalają jedynie na częściową analizę wyników, dającą możliwość fragmentarycznego zapoznania się ze specyfiką funkcjonowania dzieci z takim zaburzeniem. Jedną z niewielu publikacji mających na celu określenie tendencji zdolności i możliwości poznawczych dzieci ze specyficznymi zaburzeniami uczenia się matematyki była praca Oszwy i Krasowicz-Kupis (2008). Autorki otrzymały wyniki świadczące o obniżeniu się poziomu pewnych funkcji poznawczych poniżej typowego dla grupy odniesienia, czyli poziomu intelektualnego. Uczniów trzeciej klasy szkoły podstawowej charakteryzujących się trudnościami w nauce matematyki cechowało obniżenie funkcji rozumowania i operacji na liczbach (podtest Arytmetyka), integracji wzrokowo-ruchowej (podtest Kodowanie) oraz planowania i koordynacji wzrokowo-ruchowej (podtest Labirynt). Warto podkreślić, iż zauważone różnice są raczej niewielkie, a jedyne istotne dotyczyły podtestu Arytmetyka. Oszwa i Krasowicz-Kupis (2008) zasugero-

wały, że dzieci z trudnościami arytmetycznymi charakteryzują się deficytami z zakresu rozumowania oraz wykonywania poprawnych operacji umysłowych na liczbach, jednak nie stwierdzono problemów z samym posługiwaniem się liczbami i uwagą. Zależności uzyskane w opisanym badaniu potwierdzają stawianą tezę dotyczącą złożoności i zróżnicowania rozmaitych procesów mentalnych koniecznych do przetwarzania liczb.

Porównując wyniki zaprezentowanych w artykule badań z pracami innych autorów również wykorzystujących Skalę Inteligencji Wechslera do badania uczniów z dyskalkulią, warto przytoczyć dane uzyskane przez D'Angiulli i Siegel (2003), którzy nie uzyskawszy żadnego charakterystycznego profilu, ani nawet tendencji dotyczących wyników podtestów skali WISC-R, zasugerowali, iż u dzieci z trudnościami arytmetycznymi powinno odejść się od oceny poziomu inteligencji. Autorzy uznali, że w takim przypadku jedyną słuszną drogą jest opieranie diagnozy wyłącznie na analizie rezultatów osiąganych w szkole lub w testach osiągnięć lub umiejętności arytmetycznych przeprowadzanych w poradni.

W dyskusji warto zwrócić uwagę na niedoskonałości narzędzi użytych zarówno w przytaczanych pracach (D'Angiulli, Siegel, 2003), jak i przeprowadzonym badaniu. Istotna jest tutaj przede wszystkim procedura WISC-R, która szczególnie u dzieci z diagnozowaną dyskalkulią może powodować zamazanie wyników. W niektórych podtestach WISC-R obowiązuje zasada rozpoczynania od pytania któregoś z kolei ze względu na wiek. I tak dla ucznia w wieku 11 lat w podteście Wiadomości z zasady omija się sześć pierwszych pytań, z których dwa odnoszą się do faktów matematycznych. W świetle analizowanych w opisywanym badaniu odpowiedzi rysuje się szansa, że gdyby badanie rozpoczęło się od pierwszej pozycji, dziecko z dyskalkulią nie odpowiedziałoby na powyższe pytania, więc trudności zauważalne byłyby wcześniej, co jednocześnie wpływałoby na całościowy wynik dziecka. Z perspektywy niedoskonałości narzędzi warto zwrócić też uwagę na badanie Ashkenazi, Mark-Zigdon i Henik (2013), gdzie autorzy doszli do wniosku, że przedstawianie ustrukturyzowanych układów kółek wpływa negatywnie na rezultaty dzieci z dyskalkulią rozwojową, w przeciwieństwie do grupy kontrolnej. Kiedy pokazywano uczniom bez zaburzeń kółka ułożone losowo, a w następnym etapie – w sposób uporządkowany, zauważono istotnie pozytywny wpływ formy prezentacji na czas wykonania zadania. Autorzy badania doszli więc do wniosku, że deficytem dzieci z dyskalkulią może być brak konkretnych umiejętności rozpoznawania wzorów.

Narzędzia użyte w przeprowadzonym badaniu oraz analizowane rezultaty pokazują konieczność szerokiego spojrzenia na diagnostykę specyficznych zaburzeń w nauce matematyki, w celu nie tylko stwierdzenia lub wykluczenia konkretnego specyficznego deficytu, ale także oceny całościowego funkcjonowania poznawczego każdego badanego dziecka. Rozpatrując kierunki dalszych badań, naukowcy oraz specjaliści z zakresu psychologii klinicznej i rozwojowej, neuropsychologii, a także pedagogiki, powinni kontynuować badania dotyczące podstaw zaburzeń nauki

matematyki. Tym, na co można byłoby zwrócić uwagę w przyszłości, jest zastosowanie w podobnych opracowaniach grupy kontrolnej, by nie porównywać tylko wyników uzyskiwanych przez uczniów z różnymi deficytami w nauce, ale także przez dzieci zdolne z danej populacji. Sami autorzy testu Kalkulia III (Košč, Ponczek, 1998) stwierdzają, że zdolności matematyczne są dyspozycjami stanowiącymi warunek zarówno uzyskiwania osiągnięć w matematyce, jak i pomyślnego uczenia się na każdym etapie formalnej edukacji. Borawska-Kalbarczyk (2015) podkreśla, że niski poziom umiejętności arytmetycznych w negatywny sposób wpływa na osiągnięcia naukowe i zawodowe człowieka, a także jego funkcjonowanie w społeczeństwie. Dlatego tak niezwykle ważne jest rozpowszechnianie wiedzy dotyczącej specyficznych zaburzeń liczenia, udoskonalanie diagnozy w poradniach psychologiczno-pedagogicznych oraz edukacja specjalistów z zakresu terapii i zajęć korekcyjno-kompensacyjnych zaburzeń procesu liczenia.

Ograniczenia przeprowadzonych badań

Głównym ograniczeniem prezentowanych badań jest zastosowanie testu inteligencji WISC-R, który ze względu na przestarzałe normy jest obecnie systematycznie zastępowany w procesie diagnozy testami aktualnymi – mankament ten wynika z faktu, że prezentowane w pracy badania prowadzone były w latach 2014-2016. Dlatego warto przeprowadzić analogiczne badania z wykorzystaniem Skali Inteligencji Stanford-Binet 5 (Gale i in., 2017) czy w przyszłości WISC-V.

Literatura cytowana

- Agrillo, C., Piffer, L., Bisazza, A., Butterworth, B. (2012). Evidence for two numerical systems that are similar in humans and guppies. *Plos One*, 7(2), e31923–e31923, doi: 10.1371/journal.pone.0031923
- American Psychiatric Association (2013). *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders* (5th ed.). Washington, DC: Authors.
- Anders, Y., Rossbach, H.G., Weinert, S., Ebert, S., Kuger, S., Lehl, S., von Maurice, J. (2012). Home and preschool learning environments and their relations to the development of early numeracy skills. *Early Childhood Research Quarterly*, 27(2), 231–244, doi: 10.1016/j.ecresq.2011.08.003
- Ashkenazi, S., Mark-Zigdon, N., Henik, A. (2013). Do subitizing deficits in developmental dyscalculia involve pattern recognition weakness? *Developmental Science*, 16(1), 35–46, doi: 10.1111/j.1467-7687.2012.01190.x
- Benavides-Varela, S., Butterworth, B., Burgio, F., Arcara, G., Lucangeli, D., Semenza, C. (2016). Numerical Activities and Information Learned at Home Link to the Exact Numeracy Skills in 5–6 Years-Old Children. *Frontiers in Psychology*, 7, 94–94, doi: 10.3389/fpsyg.2016.00094

- Bogdanowicz, M. (2017). Zaburzenia komunikacji pisemnej – autorska propozycja modelu patomechanizmu dysleksji. W: A. Domagała i U. Mirecka (Red.), *Zaburzenia komunikacji pisemnej* (s. 44–86). Gdańsk: Harmonia Universalis.
- Borawska-Kalbarczyk, K. (2015). Umiejętność indywidualnego zarządzania informacjami jako kompetencja kluczowa w społeczeństwie wiedzy. W: J. Uszyńska-Jarmoc, K. Nadachewicz (red.), *Kompetencje kluczowe dzieci i młodzieży: praktyka edukacyjna* (s. 28–44). Warszawa: Wydawnictwo Akademickie Żak.
- Brannon, E.M. (2002). The development of ordinal numerical knowledge in infancy. *Cognition*, 83(3), 223–240, doi: 10.1016/S0010-0277(02)00005-7
- Brannon, E.M., Cantlon, J.F., Terrace, H.S. (2006). The role of reference points in ordinal numerical comparisons by rhesus macaques (*Macaca mulatta*). *Journal of Experimental Psychology: Animal Behavior Processes*, 32(2), 120–134, doi: 10.1037/0097-7403.32.2.120
- Brożek, B., Hohol, M. (2014). *Umysł matematyczny*. Kraków: Copernicus Center Press.
- Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain*. London: Macmillan.
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46(1), 3–18, doi: 10.1111/j.1469-7610.2004.00374.x
- Butterworth, B., Kovas, Y. (2013). Understanding neurocognitive developmental disorders can improve education for all. *Science (New York, N.Y.)*, 340(6130), 300–305, doi: 10.1126/science.1231022
- Christodoulou, J., Lac, A., Moore, D.S. (2017). Babies and math: A meta-analysis of infants' simple arithmetic competence. *Developmental Psychology*, 53(8), 1405–1417, doi: 10.1037/dev0000330
- Cipora, K. (2012). Perspektywy wykorzystania wyników badań nad przestrzennym komponentem reprezentacji liczb w edukacji. *Annales Universitatis Paedagogicae Cracoviensis Studia Psychologica*, 5, 54–66.
- D'Angiulli, A., Siegel, L. S. (2003). Cognitive functioning as measured by the WISC-R: Do children with learning disabilities have distinctive patterns of performance? *Journal of Learning Disabilities*, 36(1), 48–58, doi: 10.1177/00222194030360010601
- Dark, V.J., Benbow, C.P. (1991). Differential Enhancement of Working Memory With Mathematical Versus Verbal Precocity. *Journal of Educational Psychology*, 83(1), 48.
- De Hevia, M.D., Izard, V., Coubart, A., Spelke, E.S., Streri, A. (2014). Representations of space, time, and number in neonates. *PNAS Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 111(13), 4809–4813, doi: 10.1073/pnas.1323628111
- De Hevia, M.D., Spelke, E.S. (2010). Number-space mapping in human infants. *Psychological Science*, 21(5), 653–660, doi: 10.1177/0956797610366091
- De Visscher, A., Noël, M.P. (2014). Arithmetic facts storage deficit: the hypersensitivity-to-interference in memory hypothesis. *Developmental Science*, 17(3), 434–442, doi: 10.1111/desc.12135
- Dehaene, S. (1993). *Numeral Cognition*. Oxford: Blackwell.
- Doroszewski, W. (red.), (1969). *Słowniku języka polskiego*. Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

- Gale, H.R., Sajewicz-Radtke, U., Radtke, B.M., Lipowska, M. (2017). *Skala Inteligencji Stanford-Binet. Edycja piąta*. Gdańsk: Pracownia Testów Psychologicznych i Pedagogicznych.
- Geary, D.C. (1990). A componential analysis of an early learning deficit in mathematics. *Journal of Experimental Child Psychology*, 49(3), 363–383, doi: 10.1016/0022-0965(90)90065-G
- Geary, D.C., Hoard, M.K., Byrd-Craven, J., DeSoto, M.C. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 88(2), 121–151, doi: 10.1016/j.jecp.2004.03.002
- Georges, C., Hoffmann, D., Schiltz, C. (2017). Mathematical abilities in elementary school: Do they relate to number-space associations? *Journal of Experimental Child Psychology*, 161, 126–147, doi: 10.1016/j.jecp.2017.04.011
- Gibson, L.C., Maurer, D. (2016). Development of SNARC and distance effects and their relation to mathematical and visuospatial abilities. *Journal of Experimental Child Psychology*, 150, 301–313, doi: 10.1016/j.jecp.2016.05.009
- Gruszczyk-Kolczyńska, E. (1987). Przyczyny niepowodzeń w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych. *Psychologia Wychowawcza*, 30(2), 160–171.
- Gruszczyk-Kolczyńska, E. (2012). *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki*. Warszawa: WSiP.
- Ito, Y., Hatta, T. (2003). Semantic processing of Arabic, Kanji, and Kana numbers: evidence from interference in physical and numerical size judgments. *Memory i Cognition*, 31(3), 360–368.
- Jordan, K.E., Brannon, E.M. (2006). A common representational system governed by Weber's law: nonverbal numerical similarity judgments in 6-year-olds and rhesus macaques. *Journal of Experimental Child Psychology*, 95(3), 215–229.
- Jordan, N.C., Hanich, L.B., Kaplan, D. (2003). A longitudinal study of mathematical competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. *Child Development*, 74(3), 834–850.
- Jordan, N.C., Montani, T.O. (1997). Cognitive arithmetic and problem solving: a comparison of children with specific and general mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 30(6), 624.
- Karpiński, M. (2009). Ile jest matematyki w podstawach programowych innych przedmiotów. Biblioteka Cyfrowa Ośrodka Rozwoju Edukacji: <http://www.bc.ore.edu.pl/dlibra/aresults?action=SearchAction&QI=C3D7F5A689DB196AF9C32BA350AE7C2F-17>
- Kaufmann, L., von Aster, M. (2012). The diagnosis and management of dyscalculia. *Deutsches Arzteblatt International*, 109(45), 767–777, doi: 10.3238/arztebl.2012.0767
- Košć, L. (1974). Developmental Dyscalculia. *Journal of Learning Disabilities*, 7(3), 164–177, doi: 10.1177/002221947400700309
- Košć, L. (1982). *Psychologia i psychopatologia zdolności matematycznych*. Warszawa: Wydawnictwo Radia i Telewizji.

- Košć, L., Ponczek, R. (1998). *Test Kalkulii III. Podręcznik*. Warszawa: CMPPP MEN.
- Krasowicz-Kupis, G. (2008). *Psychologia dysleksji*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Krasowicz-Kupis, G., Wiejak, K. (2006). *Skala Inteligencji Wechslera (WISC-R) w praktyce diagnostycznej*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Krutiecki, W.A. (1968). *Psychologia matematycznych sposobności szkolników*. Moskwa: Proswieszczenie.
- LeFevre, J.A., Berrigan, L., Vendetti, C., Kamawar, D., Bisanz, J., Skwarchuk, S.L., Smith-Chant, B.L. (2013). The role of executive attention in the acquisition of mathematical skills for children in Grades 2 through 4. *Journal of Experimental Child Psychology*, 114(2), 243–261, doi: 10.1016/j.jecp.2012.10.005
- Lipowska, M. (2011). *Dysleksja i ADHD – współwystępujące zaburzenia rozwoju. Neuropsychologiczna analiza deficytów pamięci*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe Scholar.
- Lyons, I.M., Ansari, D. (2009). The cerebral basis of mapping nonsymbolic numerical quantities onto abstract symbols: an fMRI training study. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 21(9), 1720–1735, doi: 10.1162/jocn.2009.21124
- Łubianka, B. (2007). Wokół uzdolnień matematycznych – przegląd badań. W: P. Francuz, W. Otrębski (red.), *Studia z psychologii* (s. 185–208). Lublin: Wydawnictwo KUL.
- Maczak, A., Piotrowska, A., Ciarkowska, W. (2008). *Skala Inteligencji Wechslera dla Dzieci – Wersja Zmodyfikowana (WISC-R). Podręcznik*. Warszawa: Pracownia Testów Psychologicznych PTP.
- Mathematics Subject Classification (2010). MSC 2010, <http://msc2010.org>
- McCrink, K., Dehaene, S., Dehaene-Lambertz, G. (2007). Moving along the number line: Operational momentum in nonsymbolic arithmetic. *Perception & Psychophysics*, 69(8), 1324–1333, doi: 10.3758/BF03192949
- Nelson, G., Powell, S.R. (2017). A Systematic Review of Longitudinal Studies of Mathematics Difficulty. *Journal of Learning Disabilities*, e22219417714773–e22219417714773, doi: 10.1177/0022219417714773
- Niss, M.A. (2003). Quantitative literacy and mathematical competencies. W: B.L. Madison, L.A. Steen (red.), *Quantitative literacy: why numeracy matters for schools and colleges* (s. 215–220). Princeton: National Council on Education and the Disciplines.
- Nosal, C. (1974). *Diagnoza cech osobowości twórczej, rozwijanie i pobudzanie myślenia twórczego*. Wrocław: Instytut Organizacji i Zarządzania Politechniki Wrocławskiej.
- Obersteiner, A., Reiss, K., Ufer, S. (2013). How training on exact or approximate mental representations of number can enhance first-grade students' basic number processing and arithmetic skills. *Learning & Instruction*, 23, 125–135, doi: 10.1016/j.learninstruc.2012.08.004
- Oszwa, U. (2006). *Zaburzenia rozwoju umiejętności arytmetycznych. Problemy diagnozy i terapii* (wyd. 2). Kraków: Oficyna Wydawnicza Impuls.
- Oszwa, U. (2009). *Psychologiczna analiza procesów operowania liczbami u dzieci z trudnościami w matematyce*. Lublin: Wydawnictwo UMCS.

- Oszwa, U., Borkowska, A.R. (2006). Specyficzne trudności szkolne w opanowywaniu czytania i pisanie. W: A.R. Borkowska, Ł. Domańska (red.), *Neuropsychologia kliniczna dziecka* (s. 140–158). Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Oszwa, U., Krasowicz-Kupis, G. (2008). Struktura intelektu dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. *Przegląd Psychologiczny*, 51(4), 491–511.
- Patro, K., Haman, M. (2012). The spatial-numerical congruity effect in preschoolers. *Journal of Experimental Child Psychology*, 111(3), 534–542, doi: 10.1016/j.jecp.2011.09.006
- Pennington, B.F. (2006). From single to multiple deficit models of developmental disorders. *Cognition*, 101(2), 385–413.
- Piaget, J. (1966/2006). *Studia z psychologii dziecka*. Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.
- Reykowski, J. (1982). *Z zagadnień psychologii motywacji*. Warszawa: Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.
- Ritchie, S.J., Bates, T.C. (2013). Enduring links from childhood mathematics and reading achievement to adult socioeconomic status. *Psychological Science*, 24(7), 1301–1308, doi: 10.1177/0956797612466268
- Scarf, D., Terrace, H.S., Colombo, M. (2011). Planning abilities of monkeys. W: W.R.W. (red.), *Monkeys: Biology, behavior and disorders* (s. 137–150). New York: Nova.
- Shaki, S., Fischer, M.H., Petrusic, W.M. (2009). Reading habits for both words and numbers contribute to the SNARC effect. *Psychonomic Bulletin & Review*, 16(2), 328–331, doi: 10.3758/PBR.16.2.328
- Snowling, M.J. (2000). *Dyslexia*. Oxford: Blackwell Publishers.
- Spelke, E.S., Kinzler, K.D. (2007). Core knowledge. *Developmental Science*, 10(1), 89–96, doi: 10.1111/j.1467-7687.2007.00569.x
- Walerzak-Więckowska, A. (2011). *Profil Arytmetyczny – D. Program diagnostyczny dla dzieci w wieku wczesnoszkolnym*. Pruszcz Gdański: Promathematica.

Streszczenie. Trudności w nauce matematyki to problem dotyczący około 40% uczniów, a nieścisłości terminologiczne i problemy w obszarze diagnozy są w tym zakresie ogromne. W prezentowanej pracy podjęto próbę ujednolicenia terminologii poprzez zdefiniowanie podstawowych pojęć – zdolności numerycznych, umiejętności arytmetycznych oraz wiadomości matematycznych. Przedstawiono również autorski Model Rozwoju Kompetencji Matematycznych. Celem przeprowadzonych analiz było sprawdzenie, czy uczniowie z dyskalkulią wykazują zaburzenia zdolności numerycznych i umiejętności arytmetycznych czy też deficyt w zakresie wiedzy z zakresu pojęć matematycznych. Badania przeprowadzone zostały wśród 111 uczniów w wieku 11-12 lat, z rozpoznaniem (1) dyskalkulii rozwojowej, (2) izolowanej dysleksji oraz (3) mieszanych zaburzeń uczenia się. W badaniach wykorzystano test Kalkulia III oraz podtesty Arytmetyka i Wiadomości zaczerpnięte ze Skali Inteligencji Wechslera dla Dzieci (WISC-R). Niższy iloraz i wiek matematyczny, a także zaobserwowane niedojrzałe strategie liczenia i szacowania pozwoliły z dużym prawdopodobieństwem wskazać na deficyt w za-

kresie zdolności numerycznych, a także zaburzenie umiejętności arytmetycznych w grupie dzieci z izolowaną dyskalkulią.

Słowa kluczowe: zdolności numeryczne, Model Rozwoju Kompetencji Matematycznych, specyficzne zaburzenie umiejętności arytmetycznych

Data wpłynięcia: 25.09.2017

Data wpłynięcia po poprawkach: 6.01.2018

Data zatwierdzenia tekstu do druku: 14.01.2018